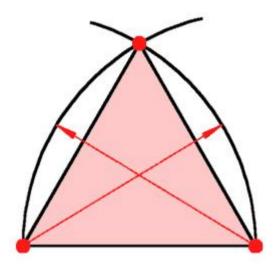
# STERNE UND POLYGONE

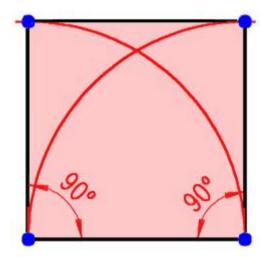
Polygone und Sterne in regelmäßiger Form sind ein wichtiges Grundmotiv in der Ornamentik, da sie vielfältige Ableitungen und Kombinationen ermöglichen. Sie treten sowohl als Grundmotiv von Parkettierungen, als auch als Einzelfeld auf.



### **DREIECK**

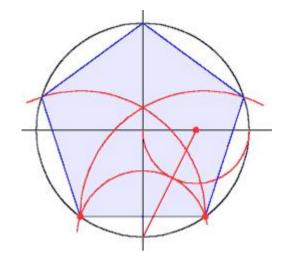
Das gleichseitige Dreieck wird mit zweier Kreisbögen konstruiert, deren Mittelpunkte und Radien durch eine gegebene Strecke definiert sind. In der Schnittpunkt finden wird den gesuchten dritten Punkt.

(siehe Anhang 1)



## VIERECK (Quadrat)

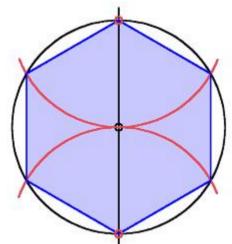
Das Quadrat über gegebener Kante wird durch zwei Kreisbögen mit der Kantenlänge als Radius und zwei Senkrechten in den Endpunkten der Strecke konstruiert.



## FÜNFECK (Pentagon)

Im Schnittpunkt zweier sich rechtwinklig schneidender Geraden wird ein Kreis gezogen. Ein Radius wird halbiert und mit einem anliegenden Quadrantenpunkt verbunden. Um den Teilungspunkt wird ein Kreisbogen mit halbem Radius geschlagen. Ein Kreis um den Quadrantenpunkt, der den vorigen Kreis tangiert, schneidet den Ausgangskreis in zwei gesuchten Ecken. Um diese herum werden zwei weitere Kreisbögen mit der Kante als Radius gezogen, die weitere zwei Ecken des Pentagons ergeben.

(siehe Anhang 2)



### SECHSECK (Hexagon)

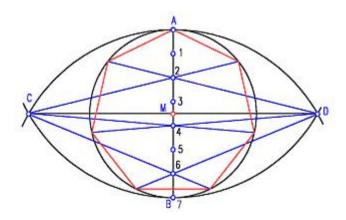
Auf einer Geraden wird um M ein Kreis gezogen. In den Schnittpunkten werden jeweils Kreisbögen mit gleichem Radius abgetragen, die den Kreis in vier Punkten schneiden. Zusammen mit den ersten ergeben sie die gesuchten Ecken des Sechsecks.

(siehe Anhang 3)

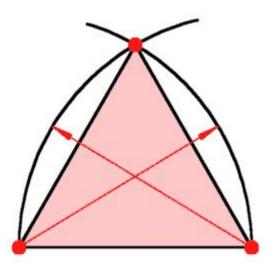
### SIEBENECK

Wie andere Vielecke auch lässt sich das Siebeneck nur näherungsweise über eine Hilfskonstruktion gewinnen.

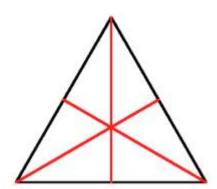
Schlage jeweils einen Kreisbogen mit dem Radius AB um A und B. Es entstehen die Schnittpunkte C und D. Teile AB in so viele gleiche Teile, wie das gewünschte Polygon Ecken hat und nummeriere die Teilungspunkte. Ziehe nacheinander von C und D aus Linien durch die geradzahligen Punkte. Deren Schnittpunkte mit dem Kreis ergeben die gesuchten Eckpunkte.

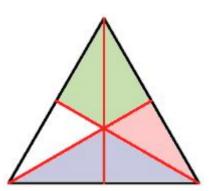


## Anhang 1



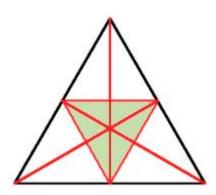
DAS DREIECK



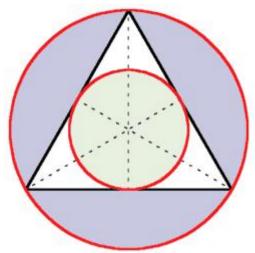


Beim gleichseitigen Dreieck sind die Seitenhalbierenden identisch mit den Höhen und den Winkelhalbierenden. Der gemeinsame Schnittpunkt (Schwerpunkt) teilt diese jeweils im Verhältnis 1:2.

Als Teilfiguren entstehen Drachenvierecke, rechtwinklige Dreiecke und gleichseitige Dreiecke.

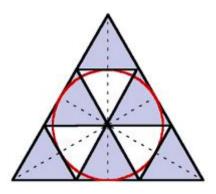


Aus der Verbindung der Seitenmitten ergibt sich eine Aufteilung in vier wiederum gleichseitige Dreiecke mit halber Seitenlänge.

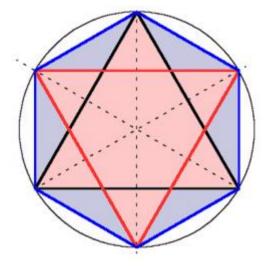


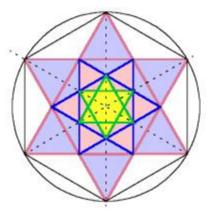
Mit dem Schwerpunkt als Mittelpunkt lässt sich ein In- und ein Umkreis zeichnen, deren Radien im Verhältnis 1:2 zueinander stehen. Der Inkreis halbiert den längeren Teil der Seitenhalbierenden, sodass diese dadurch auf einfache Weise gedrittelt wird.

Mittels der Schnittpunkte des Inkreises mit den Seitenhalbierenden lässt sich eine Unterteilung in 9 kongruente Teildreiecke konstruieren.



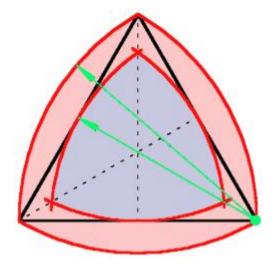
Aus jeweils zwei Teildreiecken lassen sich Parallelogramme zusammensetzen.



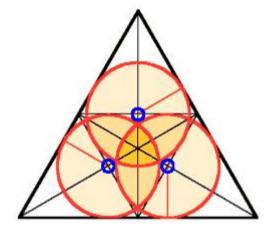


Die Verlängerungen der Seitenhalbierenden schneiden den Umkreis in drei Punkten, aus denen sich nun ein reguläres Sechseck oder ein Sechsstern ergänzen lässt.

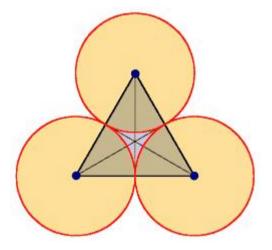
Das um 180 Grad gedrehte Ausgangsdreieck bildet mit ersterem als Schnittfläche wiederum ein Sechseck. Durch Verbindung der übernächsten Punkte können aus diesem unendlich viele und immer kleinere Sechssterne abgeleitet werden.



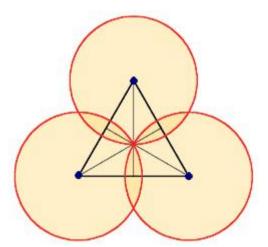
Kreisbögen um die Ecken ergeben sphärische Dreiecke. Das größere hat als Radius die Seitenlänge, das kleinere die Höhe.

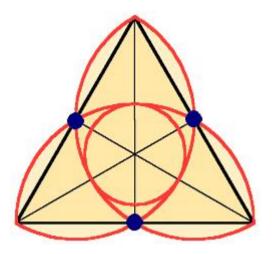


Die Schnittpunkte der Höhen mit den jeweiligen Verbindungen der Seitenmitten sind Mittelpunkte dreier einbeschriebener Kreise. Der Radius entspricht dem Lot von den Mittelpunkten auf die Dreiecksseiten.



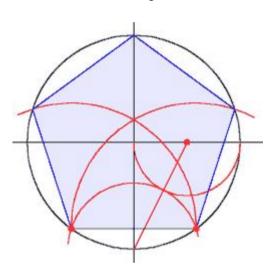
Dieser einfache Dreipass entsteht aus Kreisen mit den Ecken als Mittelpunkten und der halben Seitenlänge als Radius. Alternativ kann der Radius auch am Schwerpunkt ausgerichtet werden (rechts). Dadurch entstehen Überschneidungen zwischen den Kreisen.



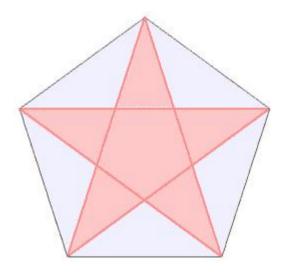


Kreisbögen um die Seitenmittelpunkte ergeben diese Figur, bei der in der Mitte ein sphärisches Dreieck als gemeinsame Schnittmenge entsteht.

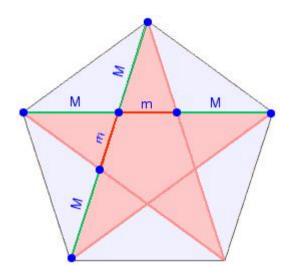
Anhang 2



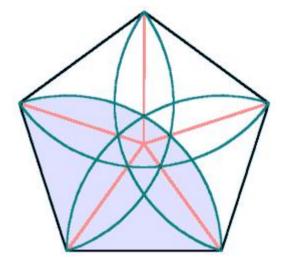
DAS FÜNFECK (Pentagon)



Die Verbindung der übernächsten Ecken des Pentagons ergeben das symbolisch so bedeutsame Pentagramm, den "Drudenfuß". Die Strahlen des Fünfsterns umschreiben im Zentrum ein um 180 Grad gedrehtes Pentagon.

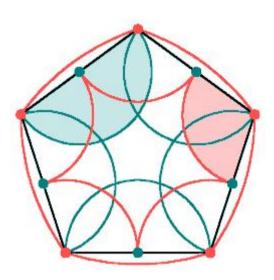


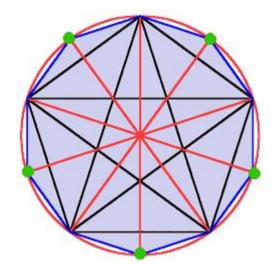
Die Seiten des Pentagramms schneiden sich wechselseitig im Verhältnis des goldenen Schnitts. Der Minor bildet dabei die Seiten des mittigen Pentagons, in das sich wiederum ein solches Pentagramm einschreiben lässt.



Aus den Kreisbögen um die Ecken lässt sich eine florale Figur konstruieren. Die Winkelhalbierenden schneiden sich in der Mitte eines sphärischen Pentagons (links).

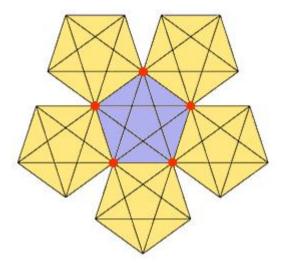
Kreisbögen um die Seiten mitten bilden in der Mitte ein konkaves Fünfeck, genauso wie solche um die Ecken mit einer halben Kantenlänge als Radius.



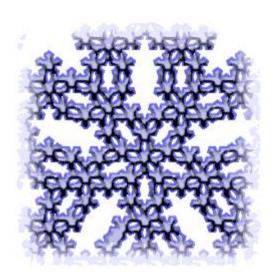


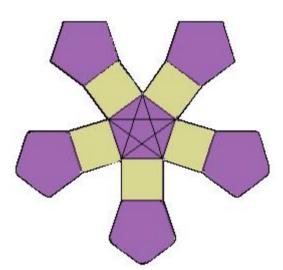
Das bis zum Umkreis verlängerte Lot vom Mittelpunkt auf die Seiten des Pentagons ergibt fünf weitere Punkte, die das Fünf- in ein Zehneck verwandeln.

Eine Drehspiegelung des Pentagons um 180 Grad mit dem Mittelpunkt als Drehpunkt führt zum gleichen Ergebnis, da die neuen Punkte ebenfalls ein Pentagon bilden.



Durch Drehspiegelung in den Ecken um 72 Grad entsteht eine kristalline Figur, die Lücken aufweist, da sich das Pentagon nicht parkettieren lässt. Ergänzt man diese Figur zu einem Fünfeck und führt wiederholt Drehspiegelungen durch, so entstehen fraktale Objekte, die an Schneeflocken erinnern.

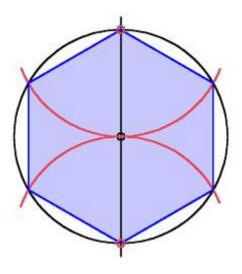




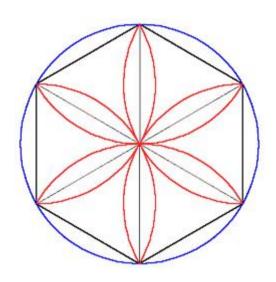
Ähnlich wie in der vorab gezeigten Konstruktion werden auch hier an den Seiten des Pentagons weitere angelegt, diesmal aber mit einem Quadrat als Zwischenstück. Auch in diesem Fall entstehen bei ausreichender Weiterführung interessante Formen.



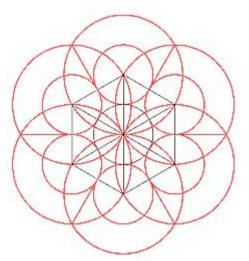
Anhang 3



DAS SECHSECK (Hexagon)

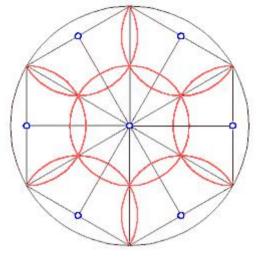


Der Umfang eines Kreises lässt sich mit seinem Radius in sechs gleiche Teile teilen. Aus den Radien in allen Ecken entsteht eine solche Blütenform.



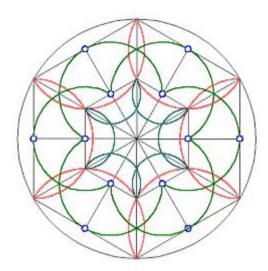
Die Kreise um die Ecken mit halber oder ganzer Seitenlänge als Radius ergeben einen gotischen Sechspass.

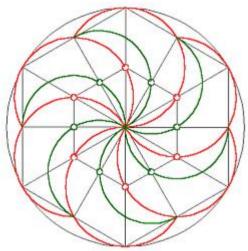




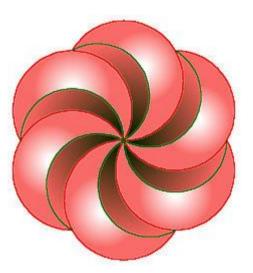
Kreisbögen um die Seitenmitten mit halbem Radius (links).

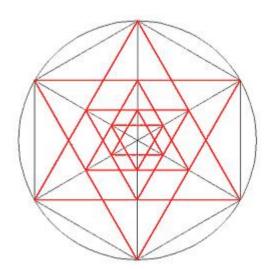
Weitere Kreisbögen auf sich hieraus ableitbaren Punkten differenzieren die Figur und veranschaulichen interessante Regelmäßigkeiten (rechts).



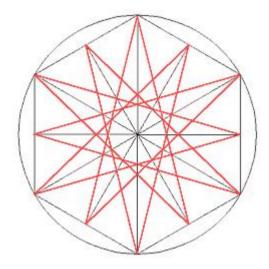


Kreisbögen um die Mitten der Strahlen zu den Ecken und den Seitenmitten ergeben diese leicht zu konstruierende Spiralform.





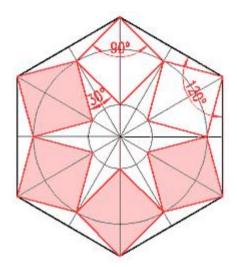
Wenn jeder zweite Punkt mit geraden Linien verbunden wird, ergeben zwei gleichseitige Dreiecke einen sechszackigen Stern.



Die Seitenmitten werden mit den Ecken der gegenüberliegenden Seiten verbunden und bilden so einen zwölfstrahligen Stern mit unterschiedlichen Zackenlängen.

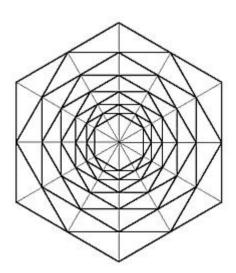
In der Mitte entsteht ein reguläres Zwölfeck.





In den Ecken eingepasste Quadrate, deren Diagonalen mit den Durchmessern des Sechsecks zusammenfallen.

In der Mitte wird ein sechsstrahliger Stern ausgespart.



Die Verbindung der Seitenmitten ergibt jeweils wieder Sechsecke, die wechselweise um 30 Grad gedreht sind.

